

COUCHE LIMITE TURBULENT AVEC DISCONTINUITÉ DE TEMPERATURE ET DE CONCENTRATION A LA PAROI

M. TRINITE et P. VALENTIN

Laboratoire de Thermodynamique, Faculté des Sciences de Rouen, 76 – Mont-Saint-Aignan, France

(Reçu le 5 Octobre 1971)

Résumé—Nous présentons l'étude d'un flux de chaleur et de masse dans une couche limite turbulente se développant au-dessus d'une plaque plane dans le cas où la concentration et la température à la paroi présentent une discontinuité de type "échelon". Nous avons effectué des mesures moyennes juste derrière la discontinuité; nous en avons déduit les valeurs de la conductivité et de la diffusivité turbulente. Elles mettent en doute l'hypothèse du nombre de Prandtl ou Schmidt turbulent constant et égal à l'unité. Pour les mesures de fluctuations, un prototype d'anémomètre à fil chaud a été adapté, le "thermo-anémomètre Calvet". Il permet des mesures de fluctuations de vitesse, température et concentration et de certains coefficients de corrélation et d'auto-corrélation. Les résultats obtenus sur les spectres des fluctuations de température permettent d'expliquer les résultats trouvés pour les valeurs moyennes.

NOTATION

- U_0 , vitesse de l'écoulement libre ;
 u , composante longitudinale de vitesse ;
 v , composante normale de la vitesse ;
 x , distance le long de la plaque—origine fictive de la couche limite dynamique ;
 X , distance le long de la plaque—origine à la discontinuité ;
 y , distance normale à la plaque ;
 L , égal à $x-X$;
 c_p , chaleur massique du mélange ;
 C , concentration local en gaz combustible (en volume) ;
 C_0 , concentration dans l'écoulement libre ;
 T , température absolue [$^{\circ}\text{K}$] ;
 θ , écart à la température de paroi ($T_p - T$) [$^{\circ}\text{C}$] ;
 θ_0 , écart de température entre la paroi et l'écoulement libre [$^{\circ}\text{C}$] ;
 μ , viscosité moléculaire ;
 k , conductivité thermique moléculaire ;
 (ρD) , diffusivité moléculaire ;
 δ_u , épaisseur de la couche limite dynamique ;
 δ_θ , épaisseur de la couche limite thermique ;
 δ_d , épaisseur de la couche limite de diffusion ;
 ε_u , viscosité totale ;
- ε_θ , conductivité totale ;
 ε_d , diffusivité totale.
- Grandeurs sans dimensions
- Pr , nombre de Prandtl $\frac{c_p \mu}{k}$;
 Sc , nombre de Schmidt $\frac{v}{D}$;
 Le , nombre de Lewis $\frac{\rho c_p D}{k}$;
 St , nombre de Stanton ;
 C_f , coefficient de frottement à la paroi ;
 x^+ , distance = $\int_L^x \frac{\rho_0 U_0}{\mu_0} \sqrt{(C_f/2)} dx$;
 y^+ , distance = $y \frac{\rho_0 U_0}{\mu_0} \sqrt{(C_f/2)}$;
 u^+ , vitesse = $\frac{u}{U_0} \frac{1}{\sqrt{(C_f/2)}}$;
 ε_u^+ , = $\frac{\varepsilon_u}{\mu}$;
 ε_θ^+ , = $\frac{\varepsilon_\theta}{\mu}$;
 ε_d^+ , = $\frac{\varepsilon_d}{\mu}$.

Indices

- $(\bar{\ })$, valeur moyenne;
- (\prime) , valeur fluctuante;
- o , écoulement libre;
- p , à la paroi;
- t , se rapportant au turbulent;
- u , se rapportant au transfert de quantité de mouvement;
- θ , se rapportant au transfert de chaleur;
- d , se rapportant au transfert de masse.

I. INTRODUCTION

LA PRÉVISION des flux de chaleur et de masse dans une couche limite turbulente se fait à partir de formules semi-empiriques; ces formules comprennent des coefficients établis à partir de l'expérience. Dans le cas d'une discontinuité à la paroi de type échelon en température et en concentration, les données expérimentales sont peu répandues. Or nous verrons que seule cette zone présente un caractère particulier.

Dans ce domaine, des mesures moyennes ont été faites par Reynolds *et al.* [1] 1960, Sogin et Goldstein [2] 1961, Ishiguro [3] 1967. Des mesures instantanées et moyennes ont été faites par Johnson [4] 1959, Tanimoto et Hanratty [5] 1963, Blom [6] 1970 et Verollet et Fulachier [7] 1970. Quant aux travaux théoriques, la méthode semi-empirique de Spalding[8] donne

les résultats les plus intéressants bien que, comme nous le verrons, l'hypothèse qu'il est nécessaire de faire sur le nombre de Prandtl (ou Schmidt) turbulent, reste à discuter.

Nous avons étudié une couche limite turbulente avec transfert de chaleur et de masse avec discontinuité [9]. Les conditions aux limites que nous sommes fixées sont résumées sur la Fig. 1. La condition $C = 0$ à la paroi, pour $x = L$, est réalisée par une combustion catalytique d'hydrogène dans l'air, le mélange initial comportant quelques pour cent d'hydrogène.

Nous avons fait des mesures en valeurs moyennes (vitesse, température et concentration) par des méthodes classiques et des mesures de fluctuations, corrélations et spectres de fréquences à l'aide d'un thermo-anémomètre de type nouveau, le "thermo-anémomètre Calvet" dont le prototype a été développé à l'E.N.S.A.E.-C.E.R.T.

Nous exposerons d'abord les résultats concernant les explorations moyennes. Les calculs sont faits à partir des intégrales premières des équations de la couche limite et des mesures expérimentales, nous déduisons les valeurs du flux à la paroi sous la forme du nombre de Stanton St , et les valeurs de la conductivité turbulente totale ϵ_θ pour différentes valeurs de X , distance à la discontinuité.

Nous donnerons ensuite le principe du "thermo-anémomètre" adapté dans notre cas

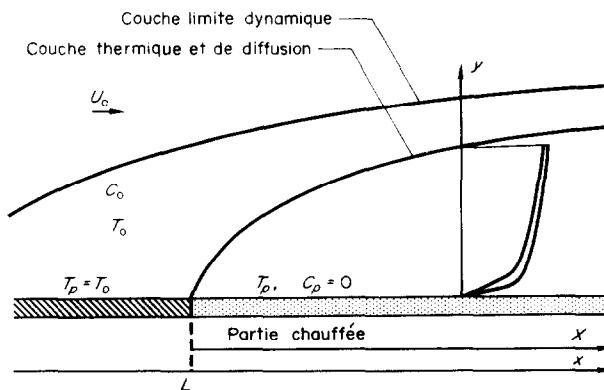


FIG. 1. Schéma des conditions aux limites.

particulier d'un gradient de vitesse, température et concentration (en hydrogène).

Nous présenterons quelques résultats concernant ces mesures instantanées. Nous détaillerons en particulier les mesures des spectres de fréquence en température obtenues à partir des courbes d'auto-corrélation.

II. LES MESURES MOYENNES

Dispositif expérimental

Tous les détails techniques sont donnés dans [9]. On utilise une petite soufflerie à circuit fermé dont la vitesse dans l'écoulement libre est réglable entre 0 et 30 m/s. La couche limite dynamique est obtenue au-dessus de la paroi inférieure de la veine d'essais ; elle a au maximum 12 mm d'épaisseur en fin de plaque (à 60 cm de l'origine fictive de la couche limite). Une divergence de la paroi supérieure de la veine permet d'obtenir un gradient de pression statique nul.

Afin de réaliser les conditions aux limites de la Fig. 1, la paroi est chauffée brusquement à 33 cm de l'origine et est maintenue à température constante à l'aide d'un dispositif de régulation (chauffage par tranches et contrôle par thermocouple). Pour obtenir la condition $C_p = 0$ sur la partie chauffée, nous utilisons une plaque de palladium qui catalyse la combustion de l'hydrogène contenu dans l'air (entre 0 et 5 pour cent) pour une température supérieure à 250°C. Nous avons ainsi une couche limite thermique et de diffusion qui se développe dans la couche limite dynamique. La vapeur d'eau produite par combustion est constamment éliminée du circuit par un condensateur.

La détermination des champs moyens de vitesse se fait à l'aide d'un tube de Pitot (épaisseur hors tout 0,25 mm), celle des champs moyens de température à l'aide d'un thermocouple tendu horizontalement (épaisseur hors tout 0,03 mm). Pour la mesure de la répartition de concentration moyenne, la sonde dynamique sert de sonde d'aspiration et le dosage de l'échantillon se fait par catharomètre.

Résultats des mesures

(a) *Vitesse.* Nous ne reporterons pas ici les profils déjà donnés ailleurs [9], nous dirons simplement qu'ils s'accordent d'une manière satisfaisante avec la loi de paroi de Spalding

$$y^+ = u + \frac{1}{E} \left[\exp(Ku^+) - 1 - Ku^+ - \frac{(Ku^+)^2}{2!} - \frac{(Ku^+)^3}{3!} - \frac{(Ku^+)^4}{4!} \right] \quad (1)$$

avec $K = 0,407$ et $1/E = 0,0991$.

La répartition du coefficient de frottement C_f en fonction de x , distance à l'origine de la couche limite, est donnée sur la Fig. 2.

Dans le cas où la température de paroi mise en jeu a un effet non négligeable sur les propriétés physiques du fluide, nous utilisons la loi de paroi avec des variables transformées. Le changement de variables employé est du type Michel [10] ; il repose sur la notion de longueur de mélange dont l'expression choisie est celle de Karman.

(b) *Température et concentration.* Dans le tableau ci-dessous, nous donnons le résumé des conditions expérimentales pour les explorations que nous avons faites.

Conditions	Mesures effectuées	Domaine en X (cm)
$T_p = 63^\circ\text{C}$ $C_0 = 0\%$ $U_0 = 29,8 \text{ m/s}$	Explorations en vitesse et température	$X = 0,45-1,5-3-4,5$ $6-7,5-9-10,5-12-15$
$T_p = 210^\circ\text{C}$ $C_0 = 0\%$ $U_0 = 29,5 \text{ m/s}$	Explorations en vitesse et température	$X = 1,5-3-4,5-6-9$ $12-15$
$T_p = 440^\circ\text{C}$ $C_0 = 3\% \text{ H}_2$ $U_0 = 29,5 \text{ m/s}$	Explorations en vitesse, température et concentration	$X = 0,35-2-3,5-5$ $6,5-8-9,5-11-12,5$ 14
$T_p = 480^\circ\text{C}$ $C_0 = 0\%$ $U_0 = 29,5 \text{ m/s}$	Explorations en vitesse et température	$X = 1,5-3-4,5-6-9$ $12-15$

X représente la distance à la discontinuité (origine du transfert de chaleur et de masse).

Les résultats de toutes ces mesures sont donnés dans [9]. Les points correspondant aux mesures de concentration ont dû être corrigés

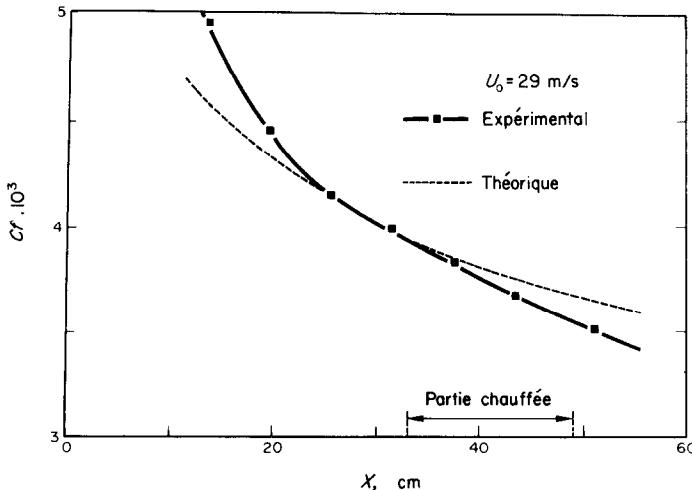


FIG. 2. Répartition du coefficient de frottement au-dessus de la plaque.

près de la paroi à cause de la présence de vapeur d'eau d'une part et de l'influence de la hauteur de la sonde d'aspiration d'autre part.

Calcul des flux et des conductivités turbulentes

Considérons les équations générales de la couche limite turbulente écrites sous une forme adimensionnelle :

l'équation de quantité de mouvement

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (2)$$

l'équation de l'enthalpie et l'équation de diffusion

$$\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu_t + \mu}{Pr_e} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial C}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{\mu_t + \mu}{Sc_e} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu}{Sc} \frac{K_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

où Pr_e et Sc_e sont donnés par les relations suivantes :

Nombre de Prandtl effectif :

$$\frac{1}{Pr_e} = \frac{1}{Pr [1 + (\mu_t/\mu)]} + \frac{1}{Pr_t [1 + (\mu/\mu_t)]}$$

Nombre de Schmidt effectif :

$$\frac{1}{Sc_e} = \frac{1}{Sc [1 + (\mu_t/\mu)]} + \frac{1}{Sc_t [1 + (\mu/\mu_t)]}.$$

Le dernier membre de droite de l'équation (4) est la contribution de la thermo-diffusion, il est en général négligeable dans une couche limite turbulente mais il intervient ici lorsque la couche limite thermique δ_θ a une épaisseur très inférieure à celle de la couche limite dynamique δ_u .

A partir des équations (2)-(4) et des mesures locales nous pouvons calculer les valeurs expérimentales du flux de chaleur et de masse, la conductivité et la diffusivité turbulente.

(a) *Calcul des flux.* Ils sont obtenus par intégration des équations sur toute l'épaisseur de la couche limite sous forme de nombre de Stanton

$$\text{pour la chaleur : } St_\theta = \frac{h}{\rho C_p U_0}$$

$$St_\theta = + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_\theta} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0} \right) dy$$

où θ est l'écart de température $T_p - T$ pour la diffusion :

$$St_d = + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_d} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{C}{C_0} \right) dy.$$

Expérimentalement, il est difficile d'obtenir directement St , aussi nous calculerons

$$\int_0^X St_\theta dx = \int_0^{\delta_d} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0} \right) dy \quad (5)$$

et

$$\int_0^X St_d dx = \int_0^{\delta_d} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{C}{C_0} \right) dy \quad (6)$$

ceci pour toutes les conditions expérimentales présentées dans le tableau précédent.

Sur la Fig. 3, nous avons porté les résultats de l'intégration expérimentale des équations (5) et (6). $\int_0^X St_\theta dx$ est tracé en fonction de X , distance à la discontinuité pour différentes températures de paroi T_p . Nous pouvons remarquer que les

points se regroupent sur une courbe unique et qu'il n'y a pas d'influence notable de la température de paroi.

Les valeurs équivalentes $\int_0^X St_d dx$ se placent sur la même courbe que la Fig. 3 à condition de ramener ces valeurs pour lesquelles $Sc = 0,22$ à $Pr = 0,72$, c'est-à-dire en faisant une affinité suivant une puissance du nombre de Lewis Le (nous avons pris 0,4).

Sur la Fig. 3, nous avons porté en pointillés la courbe issue de la théorie de Spalding [8]. Nous trouvons un assez bon accord; toutefois, il existe un écart pour les valeurs de X très proches de la discontinuité.

(b) *Conductivité et diffusivité turbulente.* Effectuons le bilan local correspondant aux intégrales premières des équations (3) et (4)

$$\begin{aligned} \frac{\mu + \mu_t}{Pr_e \rho_0 U_0} \frac{\partial \theta / \theta_0}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \int_y^\infty \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0} \right) dy \\ &+ \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0} \right) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} dy \end{aligned} \quad (7)$$

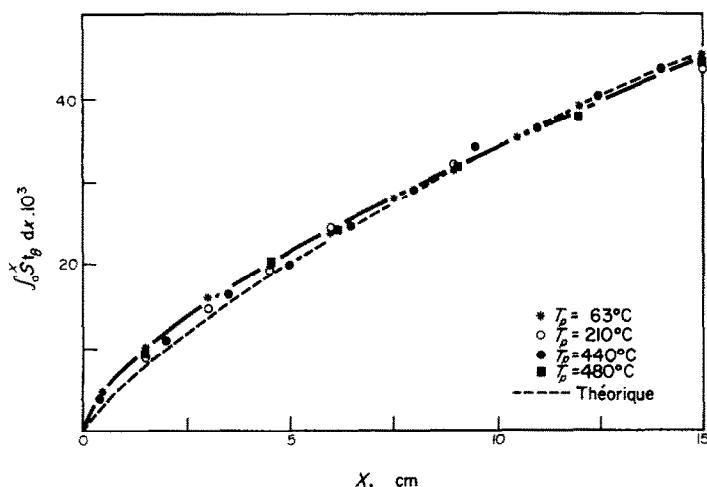


FIG. 3. Flux total à la paroi.

$$\begin{aligned} & \frac{\mu + \mu_t}{Sc_e \rho_0 U_0} \frac{\partial(C/C_0)}{\partial y} + \frac{\mu}{Sc} \frac{1}{\rho_0 U_0 T} \frac{\partial T}{\partial y} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \int_y^{\infty} \left(1 - \frac{C}{C_0}\right) \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} dy \\ &+ \left(1 - \frac{C}{C_0}\right) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0}. \quad (8) \end{aligned}$$

En calculant chaque terme de ces équations à partir des profils expérimentaux, nous pouvons déduire la conductivité totale sans dimension

$$\varepsilon_{\theta}^+ = \frac{\varepsilon_{\theta}}{\mu} = \frac{k + k_t}{\mu c_p}$$

$$\text{dimension } \varepsilon_d^+ = \frac{\varepsilon_d}{\mu} = \frac{(\rho D) + (\rho D)_t}{\mu}.$$

Nous avons en effet :

$$\varepsilon_{\theta}^+ = \frac{1 + (\mu_t/\mu)}{Pr_c} \text{ et } \varepsilon_d^+ = \frac{1 + (\mu_t/\mu)}{Sc_e}.$$

La conductivité turbulente seule et la diffusivité turbulente peuvent s'écrire :

$$\frac{k_t}{\mu c_p} = \varepsilon_{\theta}^+ - \frac{1}{Pr} \quad (9)$$

et

$$\frac{(\rho D)_t}{\mu} = \varepsilon_d^+ - \frac{1}{Sc}. \quad (10)$$

Ces calculs demandent une grande précision dans le relevé des profils expérimentaux, car ils font intervenir des dérivées longitudinales. C'est pourquoi, nous n'en rencontrons que très peu dans la littérature. Les seuls résultats publiés portent sur une couche limite thermique établie. Seuls Johnk et Hanratty [11] donnent des résultats sur ε_h dans la zone d'entrée thermique d'un tuyau, sans détailler les valeurs près de la paroi.

Sur la Fig. 4, nous avons porté simultanément les résultats concernant la diffusivité et la conductivité turbulente près de la paroi en fonction de y et ceci pour différentes valeurs de X distance à la discontinuité. Nous voyons que, pour un même X , les points relatifs à la diffusivité et la conductivité se regroupent sur une même courbe. La pente de ces courbes diminue quand X augmente.

Sur la Fig. 5, nous donnons des résultats analogues concernant la conductivité turbulente seule pour $T_p = 63^\circ\text{C}$. Ici nous avons utilisé les variables sans dimension y^+ et X^+

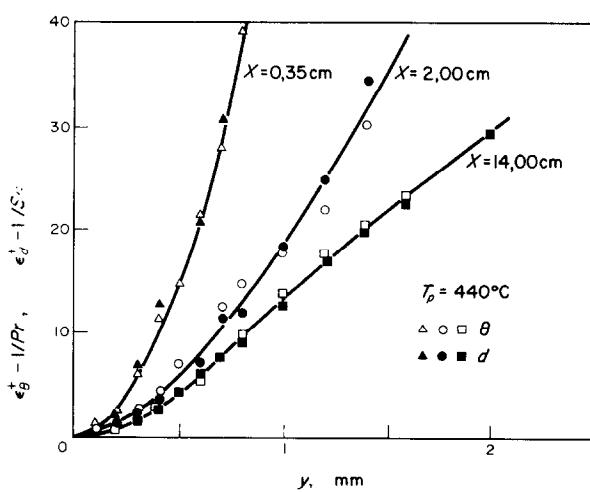


FIG. 4. Conductivité et diffusivité turbulente dans la couche limite.

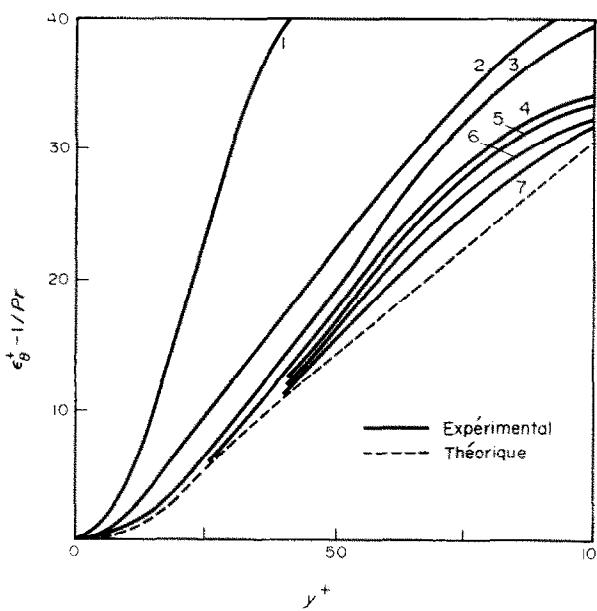


FIG. 5. Conductivité turbulente en variables sans dimension
1. $X^+ = 429$, 2. $X^+ = 1280$, 3. $X^+ = 2550$, 4. $X^+ = 5075$,
5. $X^+ = 7578$, 6. $X^+ = 10063$, 7. $X^+ = 12528$.

$$y^+ = y \frac{\rho_0 U_0}{\mu_0} \sqrt{(C_f/2)} \text{ et } X^+ = \int_L^X \frac{\rho_0 U_0}{\mu_0} \sqrt{(C_f/2)} dx.$$

X et X^+ se correspondent suivant le tableau ci-dessous :

X	0,5	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	15 cm
X^+	429	1280	2550	3815	5075	6328	7578	8823	10063	12525*

Sur cette Fig. 5, nous voyons qu'à une certaine distance de la discontinuité, la répartition de la conductivité turbulente près de la paroi devient indépendante de X^+ , les courbes se resserrent petit à petit. La courbe en pointillé semble une limite pour la conductivité; elle représente la conductivité turbulente théorique utilisée par Spalding :

$$\varepsilon_\theta^+ = \frac{1}{Pr} + \left(\frac{K}{E} \right) \left[\exp(Ku^+) - 1 - Ku^+ - \frac{(Ku^+)^2}{2!} - \frac{(Ku^+)^3}{3!} \right] \quad (11)$$

où K et E sont les constantes de la loi de paroi, relation (1).

La relation (11) suppose le nombre de Prandtl turbulent

$$\frac{\varepsilon_u^+ - 1}{\varepsilon_\theta^+ - (1/Pr)}$$

égal à l'unité puisqu'elle provient de l'expression suivante de la viscosité totale :

$$\varepsilon_u^+ = 1 + \left(\frac{K}{E} \right) \left[\exp(Ku^+) - 1 - Ku^+ - \frac{(Ku^+)^2}{2!} - \frac{(Ku^+)^3}{3!} \right].$$

Les résultats indiqués sur la Fig. 5 tendent donc à prouver que le nombre de Prandtl turbulent peut être considéré égal à l'unité au delà d'une certaine distance à l'origine de la discontinuité. Il en est de même pour le nombre de Schmidt turbulent

$$\frac{\varepsilon_u^+ - 1}{\varepsilon_d^+ - (1/Sc)},$$

puisque la Fig. 4 montre que les valeurs de la conductivité et de la diffusivité turbulente se confondent.

Par contre, le nombre de Lewis turbulent

$$Le_t = \frac{Pr_t}{Sc_t}$$

peut être pris égal à l'unité quel que soit X , c'est-à-dire qu'il y a analogie entre le transfert de chaleur et de masse.

Ces mesures moyennes nous ont prouvé que le critère du nombre de Prandtl turbulent (ou Schmidt turbulent) perd sa signification près d'une discontinuité des paramètres de paroi.

La théorie de Spalding donne une bonne

très près de la discontinuité.

Une étude de fluctuations va nous permettre d'examiner ce qui se passe dans cette zone où les couches limites thermique et de concentration sont en épaisseur très inférieure à la couche dynamique.

III. METHODE DE MESURE DES FLUCTUATIONS AU THERMO-ANEMOMETRE

Les mesures de fluctuations de vitesse sont largement répandues depuis Klebanoff. Elles découlent de l'utilisation de l'anémomètre classique. Les mesures de fluctuations de température moins répandues, sont plus récentes. La plupart des auteurs utilisent un thermomètre à résistance à faible dissipation d'énergie. Les mesures simultanées de vitesse température nécessitent deux fils.

Les mesures de fluctuations de concentration dans les gaz sont peu répandues. Seul Corrsin [12] a mis au point en 1947 une extension de l'anémomètre valable dans le cas d'écoulements isothermes. Des méthodes optiques sont récemment étudiées (Sutton [13]); leur application est prévue pour la turbulence atmosphérique.

Nous avons mis au point une méthode valable dans le cas de variation simultanée de vitesse, température et concentration. C'est une extension du "Thermo-anémomètre Calvet" développé à l'E.N.S.A.E.-C.E.R.T.

Principe des mesures de vitesse et de température

Nous en rappellerons simplement les grandes lignes car les détails sont donnés dans [14].

Le capteur, de matériau et de résistance classique, au lieu d'être à une température d'équilibre est en déséquilibre périodique, car il est alimenté par un train de deux impulsions appliquées pendant un court instant aux bornes d'un pont de Wheatstone; le pont n'est déséquilibré que lorsque les impulsions sont présentes.

Le diagramme de fonctionnement du capteur est présenté sur la Fig. 6. La première impulsion sert d'une part au fonctionnement du thermomètre et d'autre part à échauffer le capteur de la température du fluide θ_0 à θ_{\max} . La seconde impulsion sert uniquement de thermomètre et donne la température du fil θ_r , au cours du refroidissement après le retard r .

(a) *Fonctionnement du thermomètre.* La durée de la première impulsion $t_1 - t_0$ est telle (inférieure à $50 \mu s$) que l'échauffement du capteur $\theta_{\max} - \theta_0$ ne dépend que de la tension appliquée au pont et de $t_1 - t_0$. Nous pouvons admettre, et cela est vérifié expérimentalement, que la dissipation

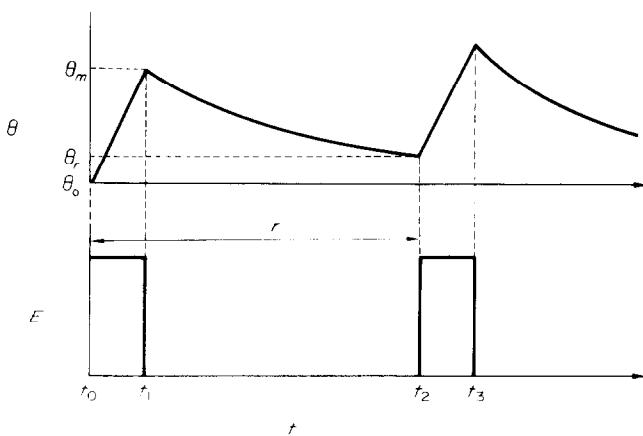


FIG. 6. Diagramme de fonctionnement du capteur.

n'intervient pas pendant le temps de chauffage. Ainsi le déséquilibre du pont au temps t_1 ne dépend que de θ_0 , E , $t_1 - t_0$ et du coefficient de température de la résistance. Les trois derniers paramètres étant fixes, la tension de sortie ne dépend que de θ_0 , donc nous avons le fonctionnement en thermomètre sur la sortie "température".

La tension d'alimentation E , est de quelques volts suivant la nature et le diamètre du fil de façon à avoir une élévation de température de 100 à 200°C. Le temps de mesure est $t_1 - t_0$.

(b) *Fonctionnement de l'anémomètre.* Le fil à la température θ_{\max} et laissé libre dans l'écoulement se refroidit suivant une loi exponentielle ne dépendant que du coefficient de convection α_θ . α_θ est lié à la vitesse, comme en anémométrie classique, par l'intermédiaire de la loi de King ou d'une loi tendant à s'y rapprocher. Au temps t_2 , le fil s'est refroidi à la température θ , qui est mesurée par la deuxième impulsion.

L'indication $\theta_r - \theta_0$ ne dépend que de la vitesse si la température du gaz est constante pendant le temps r , cette indication apparaît sur la sortie "vitesse". Le retard est choisi de façon à avoir la meilleure sensibilité, ce qui correspond à r égal à la constante de refroidissement.

L'appareil dont le principe vient d'être décrit a été conçu et réalisé par l'E.N.S.A.E.-C.E.R.T., les niveaux de déséquilibre du pont sont mesurés électroniquement et les tensions de sortie sont mémorisées entre chaque train d'impulsions. Les trains d'impulsions peuvent être déclenchés extérieurement, la fréquence de ces trains est limitée au temps de retour à l'équilibre du capteur. L'appareil procède donc par échantillonage.

La Fig. 7 nous montre un étalonnage de l'appareil en vitesse pour différents retards r et la Fig. 8 un étalonnage en température.

Dans un écoulement fluctuant, chaque train d'impulsions nous fournira un échantillon de température et de vitesse instantanées. Le traitement statistique des échantillons permet déduire les intensités de turbulence $\overline{\theta^2}$ et $\overline{u^2}$.

En général, la fréquence d'échantillonnage est trop lente pour pouvoir suivre dans le temps un phénomène turbulent. Toutefois en utilisant un appareil à deux voies de mesures identiques et en déclenchant la seconde un temps τ après la première, nous obtiendrons quatre échantillons :

$$U(t), U(t + \tau) \text{ et } \theta(t), \theta(t + \tau).$$

En traitant statistiquement ces échantillons

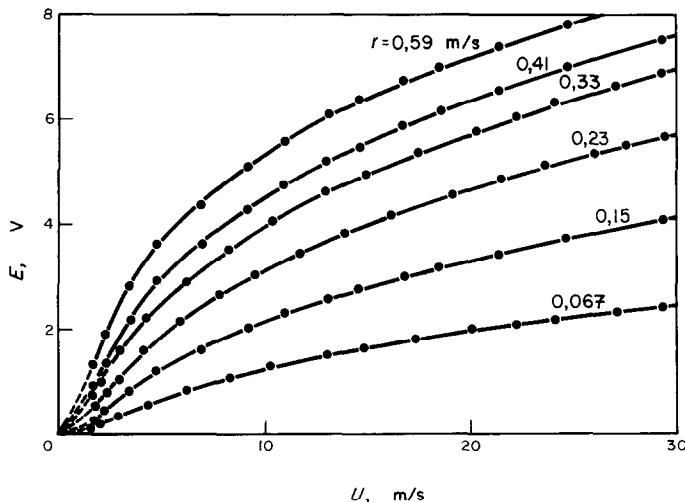


FIG. 7. Etalonnage en vitesse pour différentes valeurs du retard r .

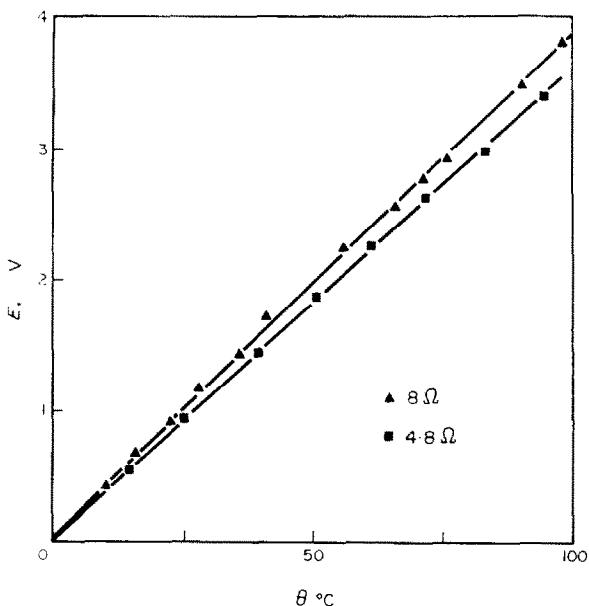


FIG. 8. Etalonnage en température à vitesse nulle.

pour τ variable, nous pouvons déduire les courbes d'auto-corrélation :

$$R_u(\tau) = \frac{\overline{u'(t)u'(t + \tau)}}{\overline{u'^2}} \text{ pour la vitesse} \quad (12)$$

$$R_\theta(\tau) = \frac{\overline{\theta'(t)\theta'(t + \tau)}}{\overline{\theta'^2}} \text{ pour la température.} \quad (13)$$

Il est alors possible d'obtenir les répartitions spectrales par transformation de Fourier.

Mesure de concentration

La méthode utilisée par Corrsin consiste à considérer la loi de Kramer [15] qui donne le coefficient de convection sur le fil

$$\alpha_\theta = \frac{k_f}{d} (0,42 Pr_f^{0,20} + 0,57 Pr_f^{0,33} \cdot Re_f^{0,50}) \quad (14)$$

(l'indice f signifie la référence température de film, intermédiaire entre la paroi et le gaz).

La température prise par le film dépend de ce coefficient. Il est possible en principe de mesurer la concentration instantanée en raison de la dépendance de ρ_f , μ_f et k_f avec la nature du gaz. Mais lorsque les trois paramètres, vitesse, con-

centration, température varient ensemble, il faudrait utiliser des sondes à trois fils, ce qui serait très délicat.

Notre méthode, valable pour une faible concentration en gaz combustible (hydrogène), met en oeuvre les propriétés catalytiques du platine. Le principe est le suivant :

Un fil de platine chauffée au-dessus de 250 °C catalyse la combustion de l'hydrogène dans l'air d'une manière stable, la température du fil s'élève d'un écart $\Delta\theta_c$ qui dépend de la concentration. Nous savons d'après les études de Davies [16] que $\Delta\theta_c$ ne dépend pas du niveau de température auquel s'effectue la catalyse à condition d'être au-dessus de la température critique d'amorçage. En utilisant un fil de wollaston de quelques microns, le temps de réponse est compatible avec les études de turbulence compte tenu du fait que le coefficient de diffusion de l'hydrogène est très grand.

Ce principe de mesure pourrait être utilisé avec un anémomètre classique, mais il faudrait 3 voies de mesure et 3 fils pour pouvoir dé-coupler l'influence de θ et u .

Avec le thermo-anémomètre, nous utilisons deux voies de mesure et une sonde double. Sur la deuxième voie de mesure, nous superposons une tension continue, qui amorce la catalyse en train d'impulsions qui mesure la température du fil. On obtient ainsi une tension de sortie "concentration" qui dépend à la fois de θ_g , température du gaz, de u et de c la concentration en hydrogène, soit $E(u, \theta, c)$. Sur la première voie, nous obtenons u et θ comme cela a été expliqué au paragraphe précédent, il est donc possible de déduire c .

Sur la Fig. 9, nous montrons la réponse en concentration, $E(u, \theta, c)$, fonction de c pour u et θ constants. Nous pouvons remarquer le parallélisme des courbes ce qui montre que "l'apport de température" dû à la catalyse est constant et indépendant de la vitesse. L'influence de la température du gaz est additive, elle fixe l'équilibre du pont au départ. Nous pouvons admettre que $E(u, \theta, c)$ peut se mettre sous la forme

$$E(u, \theta, c) = E_1(u) + E_2(\theta) + E_3(c). \quad (15)$$

Dans ces conditions, nous pouvons effectuer facilement les étalonnages séparés E_1 , E_2 et E_3 , il est alors facile de déduire $E_3(c)$ puisque u et θ sont donnés par le premier fil.

Les ordres de grandeurs des signaux de sortie sont les suivants :

$$E_1(u) = -4 \text{ V pour } 30 \text{ m/s}$$

$$E_2(\theta) = 3 \text{ V pour } 100^\circ\text{C}$$

$$E_3(c) = 2,5 \text{ V pour } 3\% \text{ d}'\text{H}_2.$$

Le découplage obtenu dans la relation (15) peut s'expliquer en considérant l'expression (14)

perforée. Le fonctionnement du cycle est le suivant :

En fin de calcul, une dent de scie déclenche le train d'impulsions qui effectue les mesures. La première sortie est alors commutée à un voltmètre digital A.O.I.P. par l'intermédiaire du sélecteur de voies. Ce voltmètre envoie la valeur au calculateur par l'intermédiaire d'un interface. Après examen des différentes sorties, un nouveau train d'impulsions est envoyé pour effectuer un nouveau cycle de mesures.

La chaîne procède par échantillonnage lent

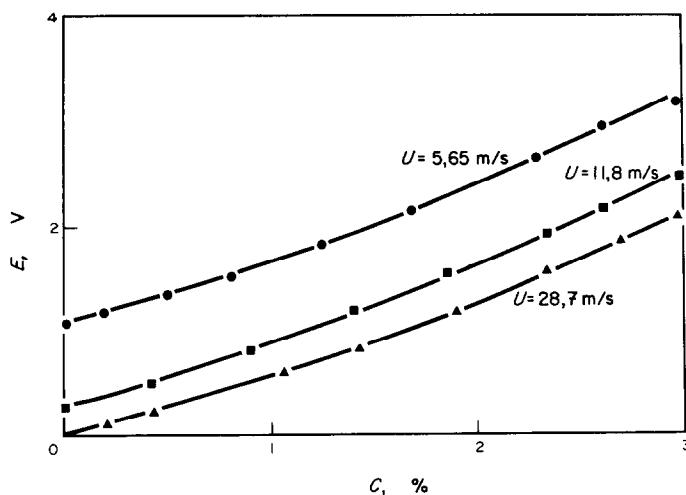


FIG. 9. Étalonnage en concentration (u et θ constants, chauffage continu 0,9 V).

du coefficient de convection et son analogue écrit sous forme de transport de masse. Un calcul simple [9] montre ce résultat.

Utilisation pratique de l'appareil

Le thermo-anémomètre possède des sorties mémorisées et il peut être piloté extérieurement, il est donc tout à fait adapté pour être inséré dans un système d'acquisition de données.

Nous avons réalisé une chaîne automatique de mesure en utilisant soit un petit calculateur en temps réel, soit un enregistrement sur bande

(mesures indépendantes), la fréquence étant limitée par le temps de commutation et d'enregistrement qui est supérieure au temps de retour à l'équilibre du capteur.

Ce montage permet de faire des mesures d'intensités de turbulence en vitesse, température et concentration des mesures de corrélations vitesse-température, des mesures d'autocorrélation et de corrélations spatiales en vitesse et en température.

Nous remarquerons que l'utilisation de sondes doubles présente des difficultés en anémométrie classique à cause du sillage thermique (princi-

palement pour les corrélations spatiales). Avec la méthode impulsionnelle, il n'y a pas de sillage thermique permanent et pas de perturbation à l'instant de mesure. Il est donc possible d'utiliser des sondes distantes de quelques dixièmes de millimètre l'une de l'autre.

Pour connaître les limites de cet appareillage, il faut considérer maintenant le temps de réponse total. Il comprend le temps de mesure et le temps de réponse du fil. Ce dernier ayant un diamètre de 4μ , son temps de réponse est compatible avec les fréquences rencontrées dans un écoulement turbulent subsonique.

Les mesures de température et de concentration sont parfaitement synchrones ; leur temps de mesure est la largeur de l'impulsion, soit inférieur à $30 \mu\text{s}$. Ce temps permet un passage correct de toute la gamme de fréquence.

Les mesures de vitesse ne sont par contre pas tout à fait synchrones avec les précédentes ; leur temps de mesure est la durée totale du train d'impulsions (inférieur à $0,4 \text{ ms}$). Dans le cas de notre écoulement (30 m/s), il y a atténuation des hautes fréquences.

En résumé, la chaîne de mesures anémométriques que nous avons réalisée possède les avantages suivants :

Les informations, fournies sous forme d'échantillons mémorisés, peuvent être traitées par les méthodes modernes.

Elle permet l'étude de trois gradients simultanés (vitesse, température et concentration).

La perturbation apportée par les capteurs dans l'écoulement n'intervient pas au moment de la mesure.

Le niveau de sortie plus élevé que dans les anémomètres classiques, grâce au système impulsif.

Le principal inconvénient est le temps de mesure de la vitesse qui limite son utilisation dans un écoulement turbulent.

Nous avons pu effectuer des mesures intéressantes dans notre couche limite avec discontinuité.

IV. RESULTATS DES MESURES DE FLUCTUATIONS

Mesures des intensités de turbulence

La mesure d'intensité de turbulence en vitesse n'apporte rien de nouveau, nous donnons ces résultats sur la Fig. 10 en tant que test. Nous avons porté

$$\frac{\overline{(u'^2)}^{\frac{1}{2}}}{U_0}$$

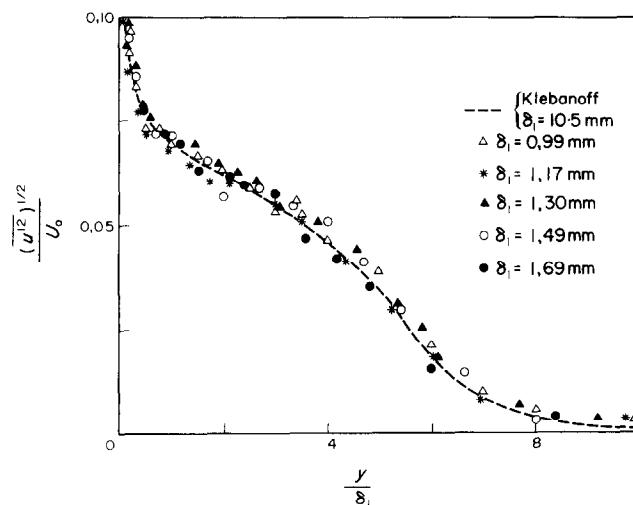


FIG. 10. Fluctuations longitudinales de vitesse.

fonction de y/δ_1 , δ_1 étant l'épaisseur de déplacement. Il y a un bon accord entre nos mesures et les résultats de Klebanoff (courbe en traits pointillés dans la zone pleinement turbulente).

Nous remarquerons que le maximum de nos mesures ne dépasse pas 0,1 alors qu'il devrait atteindre 0,12, ceci est dû à l'atténuation des hautes fréquences dont l'influence est prépondérante à la fin de la sous-couche.

Nous avons étudié les fluctuations de tempéra-

turbulence à partir des informations fournies par les deux voies de mesure est assez long (9), nous ne le détaillerons pas ici. Notre calculateur étant insuffisant, nous avons limité ces mesures à l'illustration de la méthode.

Sur la Fig. 12, nous avons porté simultanément un profil de fluctuations de concentration et un profil de fluctuations de température pour une même distance à la discontinuité. Nous pouvons remarquer qu'il y a concordance entre les deux

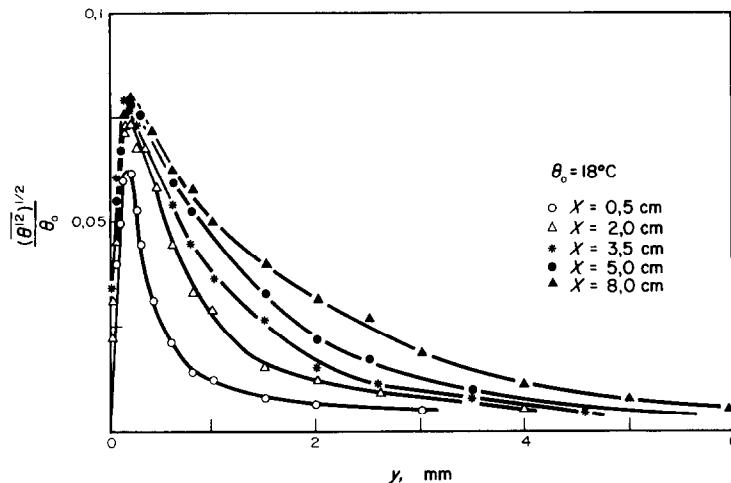


FIG. 11. Fluctuations de température.

ture juste après la discontinuité pour $X = 0,5, 2, 3, 5$ et 8 cm . Ces résultats sont portés en fonction de y sous la forme $(\theta'^2)^{1/2}/\theta_0$ sur la Fig. 11. La valeur de θ_0 est telle (18°C) que l'on peut considérer l'écoulement comme celui d'un fluide incompressible.

De telles mesures ont déjà été publiées par Johnson [4] et Blom [6]. Les résultats ne sont donnés que pour des valeurs de X déjà éloignées de la discontinuité (respectivement 69 cm et 148 cm), aussi ne pouvons nous pas comparer directement nos résultats avec les leurs. Toutefois, l'allure des courbes est la même, mais le maximum décroît à mesure que l'on se rapproche de $X = 0$.

En ce qui concerne les concentrations, le calcul nécessaire pour déduire l'intensité de

profils, ce qui d'une part avale la technique de mesure de la concentration et d'autre part prouve la similitude entre le transfert de chaleur et de masse.

Mesures des corrélations et analyse spectrale

Sur la Fig. 13, nous avons porté quelques répartitions du coefficient de corrélation vitesse-température

$$R_{u,\theta} = \frac{\overline{u'\theta'}}{(\overline{u'^2})^{1/2} (\overline{\theta'^2})^{1/2}}. \quad (16)$$

Nous donnons seulement les mesures près de la paroi, la valeur maximum 0,8 est également trouvée par Johnson [4] dans une couche limite et Ibragimov [17] dans un tuyau en régime établi.

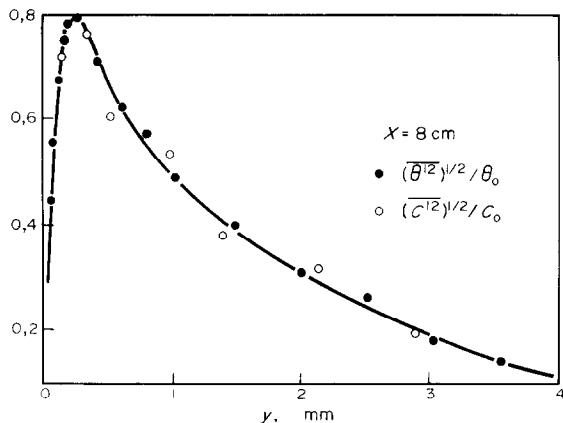


FIG. 12. Comparaison des fluctuations de température et de concentration.

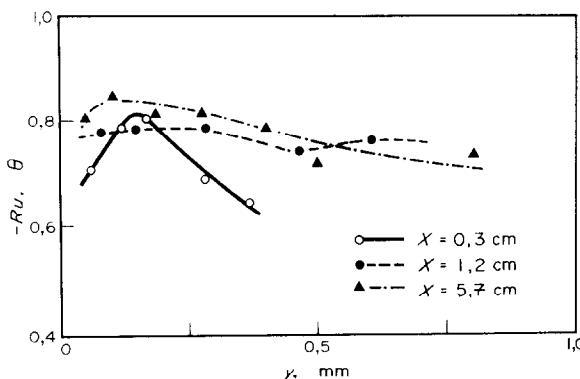


FIG. 13. Mesure du coefficient de corrélation u, θ .

D'autre part, nous avons mesuré en détail le coefficient d'auto-corrélation en température (relation (13)) pour différentes valeurs de y et pour différentes sections.

Section $X = 1 \text{ cm}$ (très près de la discontinuité)
 $y = 0,08 \text{ mm}, 0,18 \text{ mm}, 0,37 \text{ mm}, 0,85 \text{ mm}$ et
 $1,12 \text{ mm}$

Section $X = 10 \text{ cm}$

$y = 0,1 \text{ mm}, 0,55 \text{ mm}, 1,5 \text{ mm}$ et 4 mm .

Nous reportons quelques uns de ces résultats sur la Fig. 14 pour la section $X = 1 \text{ cm}$.

Ces mesures d'auto-corrélation nous ont permis l'analyse en fréquence des fluctuations de température par transformation de Fourier.

Pour les deux sections $X = 1 \text{ cm}$ et $X = 10 \text{ cm}$, nous donnons les spectres de turbulence sous la forme $K_1 \cdot F_\theta(n)$ fonctions de K_1 , où K_1 est le nombre d'onde $K_1 = 2\pi n/u$ et $F_\theta(n)$ la densité spectrale des fluctuations de température, telle que $\int_0^\infty F_\theta(n) \cdot dn = 1$.

Sur la Fig. 15, section $X = 1 \text{ cm}$:

courbe 1 : $y = 0,37 \text{ mm}$, $y/\delta_\theta = 0,25$, $y/\delta_u = 0,051$
courbe 2 : $y = 0,85 \text{ mm}$, $y/\delta_\theta = 0,57$, $y/\delta_u = 0,12$

Sur la Fig. 16, section $X = 10 \text{ cm}$:

courbe 1 : $y = 0,55 \text{ mm}$, $y/\delta_\theta = 0,091$, $y/\delta_u = 0,061$
courbe 2 : $y = 1,5 \text{ mm}$, $y/\delta_\theta = 0,25$, $y/\delta_u = 0,165$
courbe 3 : $y = 4,5 \text{ mm}$, $y/\delta_\theta = 0,75$, $y/\delta_u = 0,50$

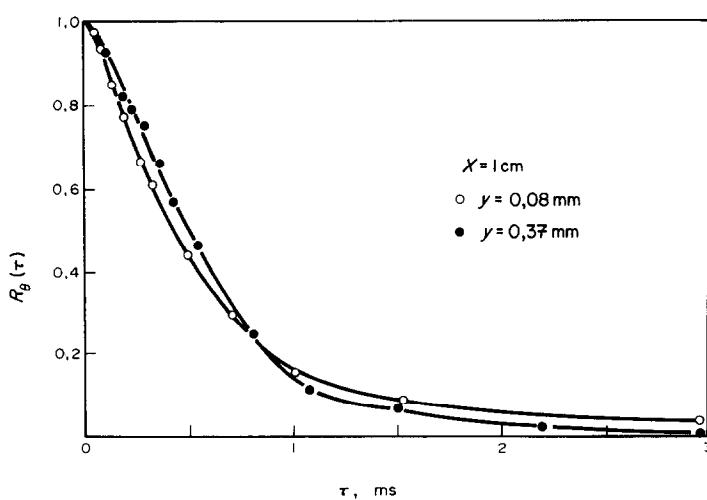


FIG. 14. Mesure du coefficient d'auto-corrélation en température.

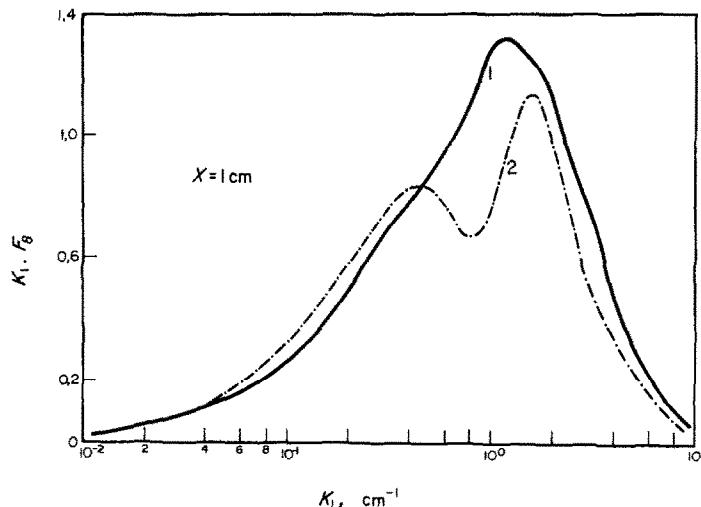


FIG. 15. Spectre des fluctuations de température à 1 cm de la discontinuité.

Nous remarquons tout de suite la même particularité que Verollet et Fulachier [7], à savoir l'existence d'un maximum relatif aux nombres d'ondes compris entre $0,1$ et 1 cm^{-1} et ceci pour certaines valeurs de y .

Interprétation

L'étude des mesures moyennes nous a amenés à certaines remarques. Nous allons les expliquer par les mesures instantanées.

(a) *Le nombre de Lewis turbulent peut être considéré comme égal à l'unité.* Nous retrouvons la similitude entre le transfert de chaleur et de masse si l'on examine la Fig. 12, il y a en effet concordance entre les fluctuations de température et les fluctuations de concentration bien que le nombre de Lewis (moléculaire) soit nettement différent de l'unité.

(b) *Près de la discontinuité, le critère du nombre de Prandtl turbulent perd sa signification:* (ou

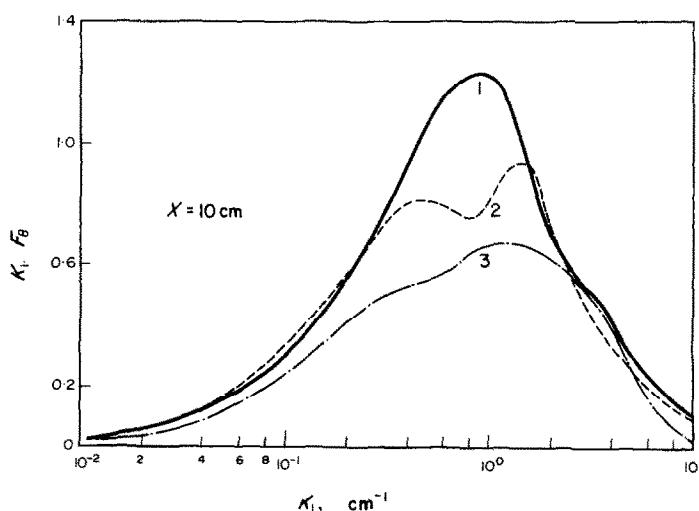


FIG. 16. Spectre des fluctuations de température à 10 cm de la discontinuité.

Schmidt turbulent) pour cela, plaçons-nous tout d'abord à une certaine distance de la discontinuité où δ_θ reste inférieure à δ_u , mais où les deux couches limites ont la partie interne en commun, soit les conditions de la Fig. 16.

Nous allons considérer l'interprétation donnée par Fulachier [18] :

Près de la paroi (courbe 1), forte corrélation positive avec la fluctuation transversale de vitesse v , le maximum du spectre se déplace vers les grands nombres d'ondes à mesure que l'on se rapproche de la paroi.

Dans la zone pleinement turbulente ou zone interne de la couche thermique (qui est commune en partie avec la zone interne de la couche dynamique), le spectre fait apparaître un double maximum (courbe 2).

Le maximum de droite rend compte de l'influence de la vitesse transversale v et le maximum de gauche de l'influence de la vitesse longitudinale u (corrélation négative avec u). Cette influence de u provoquera une décroissance de la conductivité turbulente.

Plaçons-nous maintenant dans les conditions de la Fig. 15 où $\delta_\theta \ll \delta_u$ ($\delta_\theta/\delta_u = 0,2$), nous retrouvons le même phénomène que ci-dessus : près de la paroi un maximum dans le spectre correspondant à une corrélation positive avec v , une certaine distance de la paroi, double maximum, le second correspond à la corrélation négative avec u .

Il est intéressant d'examiner à partir de quelle distance de la paroi se produit ce double maximum. Dans les deux cas, Figs. 15 et 16, on distingue le double maximum pour $y/\delta_u > 0,1$, soit $y/\delta_\theta > 0,5$ quand $X = 1\text{ cm}$ et pour $y/\delta_u > 0,1$, soit $y/\delta_\theta > 0,15$ quand $X = 10\text{ cm}$. Donc de ces valeurs, nous pouvons dire que l'influence de la corrélation négative avec u se fait sentir d'autant plus loin dans la couche thermique que l'on se rapproche de $X = 0$.

Il est donc normal que tout près de la discontinuité, les valeurs de la conductivité turbulente prennent des valeurs relativement plus élevées comme nous l'avons vu dans les mesures moyennes et par suite que le nombre de Prandtl

turbulent ne puisse pas être considéré égal à l'unité.

Nous remarquons que des renseignements plus précis nous seraient fournis par des mesures de spectre faisant intervenir v , vitesse transversale, mais cela est bien impossible près de la discontinuité où nous étudions des couches limites de l'ordre du millimètre.

V. CONCLUSION

Par l'analyse fine, en valeurs moyennes, des répartitions de vitesse, de température et de concentration et par la mise au point d'un système de mesure de fluctuations dont l'application est d'un intérêt général, nous pensons avoir contribué à la connaissance des couches limites avec discontinuité de type "échelon".

Les principaux points que nous pouvons retenir de cette étude sont les suivants :

La théorie de Spalding pour le transfert avec discontinuité, donne une bonne approximation sur les flux, sauf tout près de la discontinuité où les valeurs sont sous-estimées.

L'hypothèse du nombre de Prandtl turbulent constant (ou Schmidt turbulent) n'est plus valable au voisinage de la discontinuité.

L'utilisation du "thermo-anémomètre" pour l'étude des fluctuations nous a permis des mesures précises des paramètres fluctuants dans des couches limites très peu épaisse.

L'étude de la densité spectrale des fluctuations de température peut expliquer l'anomalie qui règne à la discontinuité.

BIBLIOGRAPHIE

1. W. C. REYNOLDS *et al.*, A summary of experiments on turbulent heat transfer from a nonisothermal flat plate, *J. Heat Transfer Paper no. 59*, A. 157 (1960).
2. H. H. SOGIN et R. J. GOLDSTEIN, Turbulent transfer from isothermal spanwise strips on a flat plate, *Int. Dev. Heat Transfer* 468-474 (1961).
3. R. ISHIGURO, Heat transfer from non-isothermal flat plates across a turbulent boundary layer, *Bull. ISME* 10 (40), 663 (1967).
4. P. S. JOHNSON, Velocity and temperature fluctuations measurements in a turbulent boundary layer down

- stream of a stepwise discontinuity in wall temperature, *J. Appl. Mech.* **26E**, 325–336 (1959).
5. S. TANIMOTO et T. J. HANRATTY, Fluid temperature fluctuations accompanying turbulent heat transfer in a pipe, *Chem. Engng Sci.* **18**, 307–311 (1963).
 6. J. BLOM, Experimental determination of the turbulent Prandtl number in a developing temperature boundary layer, Int Congress of Heat Transfer. Paris, FC 2.2 (1970).
 7. E. VEROLLET et L. FULACHIER, Résultats expérimentaux concernant les spectres de fluctuations de température dans une couche limite turbulente, *C.R. Acad. Sci., Paris* **270A**, 1342–1345 (1970).
 8. D. B. SPALDING, Contribution to the theory of heat transfer across a turbulent boundary layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* **7**, 443–461 (1964).
 9. M. TRINITE, Couche limite turbulente avec transfert de chaleur et de masse; cas d'une discontinuité de température et concentration à la paroi, Thèse Sc. Phys. Univ. de Rouen (1971).
 10. R. MICHEL et al., Distributions de vitesse des couches limites turbulentes en écoulement compressible uniforme ou accéléré, La Recherche Aérospatiale, no 128 (1969).
 11. R. E. JOHNK et T. S. HANRATTY, Temperature profile for turbulent flow of air in a pipe. Part II. "The Thermal entrance region", *Chem. Engng Sci.* **17** (1962).
 12. S. CORRSIN, Extended applications of the Hot-wire anemometer, N.A.C.A. T.N. no 1864 (1949).
 13. G. W. SUTTON, Effect of turbulent fluctuations in an optically active fluid medium, *AIAA J.* **7**, 9 (1969).
 14. P. CALVET et F. LIOUSSE, Mesures locales de températures, pressions et vitesses au moyen de capteurs thermorésistants par impulsions, *Rev. gén. Thermique* **10** (114), (1971).
 15. HINZE, *Turbulence. An Introduction to its Mechanism and Theory*. McGraw-Hill, New York (1959).
 16. W. DAVIES, On the rate of heating wires by surface combustion, *Phil. Mag.* **17**, 233 (1934).
 17. M. K. IBRAGIMOV et al., Determination of the correlation between pulsations of velocity and température in turbulent air flow in a tube, *Sov. Phys. Dokl.* **13**, 1208 (1969).
 18. L. FULACHIER, Répartitions spectrales des fluctuations de flux de chaleur dans une couche limite turbulente, *C.R. Acad. Sci., Paris* **272A**, 1022–1025 (1971).

TURBULENT BOUNDARY LAYER WITH DISCONTINUITY IN WALL TEMPERATURE AND CONCENTRATION

Abstract—An account is presented of heat and mass transfer in a turbulent boundary layer over a flat plate in the case of a step-wise discontinuity in wall temperature and concentration. Mean measurements have been made close to the discontinuity, hence we calculated turbulent conductivity and diffusivity. These measurements question the assumption of a turbulent Prandtl or Schmidt number which is constant and equal to one. A hot wire anemometer prototype "the thermo-anemometre Calvet" was adapted for measurement of fluctuations. It is used for the measurements of velocity, temperature and concentration fluctuations and of some correlation and auto-correlation coefficients. The results we obtained for temperature fluctuations spectrum allow us to explain the results of mean measurements.

TURBULENTE GRENZSCHICHT MIT EINER DISKONTINUITÄT IN WANDTEMPERATUR UND KONZENTRATION

Zusammenfassung—Wir berichten über Wärme- und Stoffübergang in einer turbulenten Grenzschicht an einer ebenen Wand mit einem stufenförmigen Sprung in Wandtemperatur und Konzentration. Mittelwertmessungen sind nahe der Sprungstelle durchgeführt worden, weshalb wir turbulente Wärme- und Temperaturleitfähigkeit berechneten. Diese Messungen stellen die Annahme einer turbulenten Prandtl-Zahl oder Schmidt-Zahl in Frage, die konstant und gleich eins ist. Ein Hitzdrahtanemometer-Prototyp "Thermo-Anemometer Calvet" wurde für Schwankungsmessungen angepasst. Es wird für Messungen der Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentrationsschwankungen sowie einiger Korrelations- und Autokorrelationskoeffizienten benutzt. Die erhaltenen Ergebnisse für das Temperaturschwankungsspektrum erlauben es uns, die Ergebnisse der Mittelwertmessungen zu erklären.

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ПРИ ВНЕЗАПНОМ ИЗМЕНЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ НА СТЕНКЕ

Аннотация—Рассматривается тепло- и массообмен в турбулентном пограничном слое на плоской пластине в случае внезапного изменения температуры и концентрации на

стенке. Проведенные измерения осредненных характеристик вблизи скачка позволили рассчитать коэффициенты вихревой теплопроводности и диффузии. Полученные значения ставят под сомнение допущение о том, что турбулентные числа Прандтля или Шмидта постоянны и равны единице.

Измерения проводились термоанемометром типа «Калвит», с помощью которого измерялись автокорреляционные и взаимокорреляционные функции флуктуаций скорости, температуры и концентрации. Проведенный на основе измерений пульсаций температуры расчёт температурного спектра позволил объяснить некоторые результаты изменения осредненных характеристик.